रौल नं०.................................नाम परीक्षार्थी.................................

XII-6 प्रीबोर्ड परीक्षा सन् 2025 ई० A

गणित (केवल प्रश्न–पत्र)

समय – 3.00 घण्टा कक्षा – 12 पूर्णांक – 100

नोट :– सभी प्रश्न हल करना अनिवार्य है। सभी प्रश्नों के निर्धारित अंक उसके समक्ष अंकित हैं।

1. सभी खण्डों के सही विकल्प चुनकर अपनी उत्तर पुस्तिका पर लिखिए :– 5

(a) $\cos^{-1}\left(\cos\frac{7\pi}{6}\right)$ का मुख्य मान बराबर है :–

(i) $\frac{7\pi}{6}$ (ii) $\frac{5\pi}{6}$

(iii) $\frac{\pi}{3}$ (iv) $\frac{\pi}{6}$

(b) यदि आव्यूह A और B के क्रम क्रमश p x q और q x r है तो AB का क्रम है :–

(i) p x r (ii) r x p

(iii) q x p (iv) इनमें से कोई नहीं।

(c) यदि $x = ut, y = \frac{4}{t}$ तो $\frac{dy}{dx}$ का मान है :–

(i) $\frac{-1}{t}$ (ii) $\frac{-1}{t^2}$

(iii) t^2 (iv) $\frac{-1}{t^2}$

(d) समाकलन $\int x \sin x \, dx$ का मान होगा :–

(i) x sinx + cosx + c (ii) x cosx + sinx + c

(iii) x sinx + cosx + c (iv) sinx - xcosx + c

(e) मान लीजिए कि समुच्चय N में R = {(a, b) : a = b - 2, b>6 द्वारा परिभाषित सम्बन्ध है तो :–

(i) (2, 4) ∈R (ii) (3, 8) ∈R

(iii) (8, 6) ∈R (iv) (6, 8) ∈R

2. सभी खण्डों को हल कीजिए :– 5

(a) अवकल समीकरण $x\sqrt{1 - y^2}\,dx + y\sqrt{1 - x^2}\,dy = 0$ की कोटि एवं घात बताइए।

(पृष्ठ पलटिए)

(b) दिखाइए कि सदिश $\hat{i}+\hat{j}+\hat{k}$ अक्षों OX, OY व OZ से समान कोण बनाता है।

(c) यदि $P(A)=\frac{1}{2}, P(B)=\frac{1}{3}$ तथा $P(A\cup B)=\frac{2}{3}$ हो तो क्या घटनाएँ A और B स्वतंत्र है।

(d) x तथा y ज्ञात कीजिए यदि $2\begin{vmatrix}1 & 3\\0 & x\end{vmatrix}+\begin{vmatrix}y & 0\\1 & 2\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}5 & 6\\1 & 8\end{vmatrix}$

(e) $\int\frac{dx}{\sin^2x+\cos^2x}$ का मान ज्ञात कीजिए।

3. सभी खण्डों को हल कीजिए :- 8

(a) वह अन्तराल ज्ञात कीजिए जिसमें फलन $f(x)=3x^3-3x^2-36x+7$ वर्धमान है।

(b) अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx}=\frac{1+x^2}{y+\sin y}$ को हल कीजिए।

(c) वक्र $y=4x(x-1)(x-2)$ तथा x अक्ष से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल निश्चित समाकलन से ज्ञात कीजिए।

(d) क्या $f(x)=\begin{cases}x & \text{यदि } x<1\\5 & \text{यदि } x>1\end{cases}$ द्वारा परिभाषित फलन f, x = 0, x = 1 तथा x = 2 पर सतत है।

(e) सदिश $\vec{a}=2\hat{i}+2\hat{j}-5\hat{k}$ और $\vec{b}=2\hat{i}+\hat{j}+3\hat{k}$ के योगफल एवं अन्तर के अनुदिश मात्रक सदिश ज्ञात कीजिए।

4. सभी खण्डों को हल कीजिए :- 8

(a) एक पासे को दो उछाला गया है और प्रकट हुई। संख्याओं का योग 6 पाया गया। संख्या 4 के न्यूनतम एक बार प्रकट होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

(b) $\int\frac{\sec x}{\sec x+\tan x}dx$ का मान ज्ञात कीजिए।

(c) यदि $A=\begin{vmatrix}1 & 0 & 1\\0 & 1 & 2\\0 & 0 & 4\end{vmatrix}$ हो तो दिखाइए $|3A|=27|(A)|$

5. सभी खण्डों को हल कीजिए :- 25

(a) एक थैले A में 4 लाल और 5 काली गेदे है। दूसरे थैले B में 6 लाल था। 3 काली गेंद है। एक गेंद थैले A से निकालकर थैले में स्थानान्तरिक कर दी जामती है। इसके बाद B से एक गेंद निकाली जाती है। इसके लाल होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

(b) सिद्ध कीजिए $\int_0^1 \sin\left(\frac{2x}{1+x^2}\right)dx = \frac{\pi}{2}\log 2$

(c) रेखाओं जिनके सदिश समीकरण $\vec{r} = (\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}) + \lambda(2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k})$ तथा $\vec{r} = (2\hat{i} + 4\hat{j} + 5\hat{k}) + \mu(4\hat{i} + 6\hat{j} + 8\hat{k})$ की न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए।

(d) अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x}\left\{\log\frac{y}{x} + 1\right\}$ को हल कीजिए।

(e) दर्शाइए कि $\sin^{-1}\frac{3}{5} - \sin^{-1}\frac{8}{17} = \cos^{-1}\frac{84}{85}$

6. सभी खण्डों को हल कीजिए :- 25

(a) $\begin{vmatrix} a & b+c & a^2 \\ b & c+a & b^2 \\ c & a+b & c^2 \end{vmatrix} = (a+b+c)(a-b)(b-c)(c-a)$

(b) निम्न अवरोधों के अन्तर्गत $z = 3x + 5y$ का न्यूनतमीकरण कीजिए :-

$x + 3y \geq 3,\ x + y \geq 2,\ x, y \geq 0$

(c) $\frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}}$ का x के सापेक्ष अवकल गुणांक ज्ञात कीजिए।

(d) $[0, 2\pi]$ पर $f(x) = x + \sin 2x$ का उच्चतम और निम्नतम मान ज्ञात कीजिए।

(e) $\int \frac{3x}{(x-1)(x-2)(x-3)}dx$ का मान ज्ञात कीजिए।

7. निम्नलिखित में से किसी एक खण्ड को हल कीजिए :- 8

(a) रेखा युग्म $\frac{x+3}{3} = \frac{y-1}{5} = \frac{z+3}{4}$ तथा $\frac{x+1}{1} = \frac{y-4}{1} = \frac{z-5}{2}$ के मध्य कोण ज्ञात कीजिए।

(b) दर्शाइए कि बिन्दु A(1, 2, 7), B (2, 6, 3) और C (3, 10, -1) संरेख है।

(पृष्ठ पलटिए)

8. निम्नलिखित में से किसी एक खण्ड को हल कीजिए :- 8

(a) अवकलन समीकरण को हल कीजिए $(x\,dy + y dx)\, y \sin\left(\frac{y}{x}\right) = (y\,dx + x\,dy)\, x \cos\left(\frac{y}{x}\right)$

(b) $\int \frac{x+2}{2x^2+6x+5}\,dx$ का मान ज्ञात कीजिए।

9. निम्नलिखित में से किसी एक खण्ड को हल कीजिए :- 8

(a) वक्र $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ से घिरे भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

(b) समीकरण निकाय $3x - 2y + 2z = 8, 2x + y - z = 1$ तथा $4x - 3y + 2z = 4$ को आव्यूह विधि से हल कीजिए।